

Meilleure performance possible d'un moteur pop-pop.

Ce qui suit repose sur une modélisation consciemment simpliste du moteur pop-pop. L'objet premier est de vérifier l'ordre de grandeur des performances. Ensuite, en comparant les performances théoriques avec les performances connues de certains moteurs on tentera d'améliorer le modèle mathématique afin de prédire les performances de futurs moteurs.

H1. Première simplification : Le moteur pop-pop sera assimilé à un simple oscillateur composé d'un ressort de raideur k (le gaz) et d'une masse M (le serpent d'eau). La fréquence

d'un tel oscillateur du premier ordre est définie par $F = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}}$

x étant le déplacement, F la force, P la pression, S la section du tuyau et V le volume de gaz, on peut écrire : $k = \frac{dF}{dx}$ $dF = dP \cdot S$ $dP = \frac{P}{V} dV$ et $dV = S dx$. La combinaison de ces 4

équations permet de définir la raideur $k = \frac{PS^2}{V}$. Quant à la masse, elle est donnée par

$M = \rho Sl$, l étant la longueur moyenne du serpent d'eau et ρ sa masse volumique.

D'où la formule générale : $F = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{PS}{\rho Vl}}$ qui donne la fréquence en Hz si l'on utilise les unités légales (P en Pa, S en m^2 , ρ en kg/m^3 et l en m).

H2. Deuxième simplification : Le mouvement alternatif de l'eau dans le tuyau sera assimilé à un mouvement sinusoïdal. Même si ce n'est pas tout à fait exact, nous avons pu vérifier en plusieurs occasions que le mouvement l'était presque et que l'influence de la *non-sinusoïdalité* (J'assume la paternité de ce vocable) était quasiment invisible sur la poussée.

Cette simplification permet de déterminer la poussée de chaque tuyau (Voir « Moteur pop-

pop et quantité de mouvement ») : $T = \frac{\pi\rho}{16} (\pi d F h)^2$ h étant la course du serpent.

H3. Troisième simplification : Pour les moteurs munis d'une tuyère on considérera que cette dernière est de longueur nulle ; c'est-à-dire que la vitesse y est plus élevée, et donc la poussée aussi, mais que la tuyère ne change rien au volume d'eau en mouvement.

On notera δ la diamètre de la tuyère.

Notations complémentaires :

Soit V_0 le volume du ballon de chaudière

Soit L la longueur du tuyau

Soit S sa section

Soit α le pourcentage du tuyau rempli en moyenne par le gaz. La longueur moyenne du serpent sera $L(1-\alpha)$ et sa course h sera au mieux la plus faible des valeurs $2L\alpha$ et $2L(1-\alpha)$.

Les formules suivantes sont applicables à tout moteur pop-pop rigide (c'est-à-dire non muni d'une membrane)

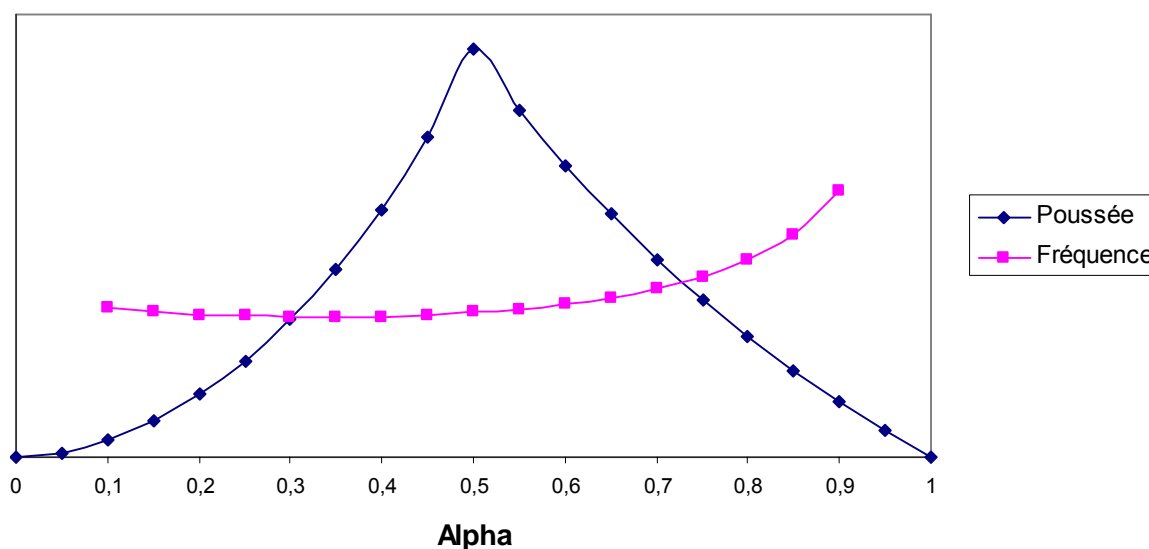
$h = 2L\alpha$ si $\alpha < 0,5$ $h = 2L(1-\alpha)$ si $\alpha \geq 0,5$

Fréquence : $F = \frac{5}{\pi} \sqrt{\frac{S}{(V_0 + SL\alpha)L(1-\alpha)\rho}}$

Poussée par tuyère : $T \leq \frac{\pi\rho}{16} (\pi d L F)^2 \left(\frac{d}{\delta}\right)^2$ On ne maîtrise pas la course ; c'est pourquoi il figure un symbole d'inégalité dans l'équation. L'égalité correspond au maximum possible.

Les deux formules précédentes permettent d'examiner l'influence de α sur la fréquence et sur la poussée maximum possible. Nous les avons appliquées à plusieurs dizaines de moteurs et les courbes obtenues ont toujours approximativement l'allure suivante.

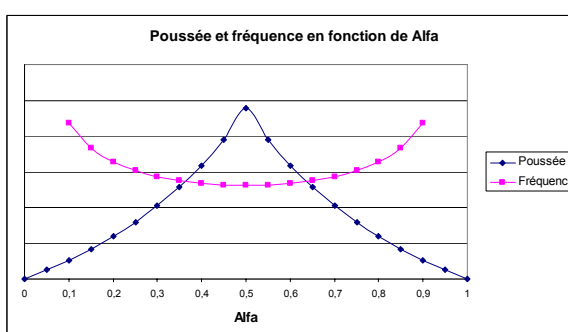
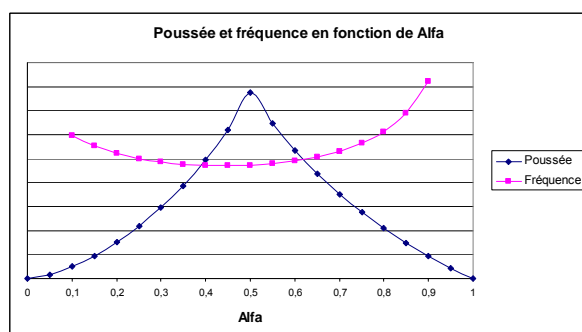
Poussée et fréquence en fonction de Alpha



Noter que la représentation de T et F en fonction de α n'est pas temporelle, même si lorsque le moteur démarre il commence en général par des valeurs de α petites.

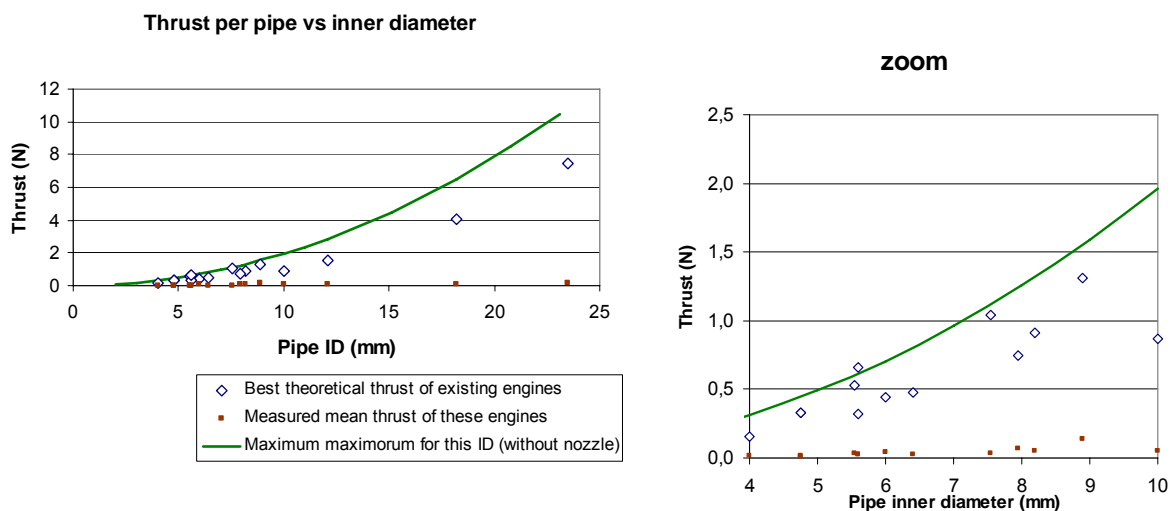
Selon cette modélisation on voit (ceci est vrai pour tous les moteurs entrés dans le simulateur) que la poussée maximale correspond à très peu de choses près à $\alpha = 0,5$; c'est-à-dire à une course du serpent liquide sur toute la longueur du tuyau. D'une part cela correspond bien aux observations qui ont pu être faites sur les moteurs transparents. D'autre part, cela explique bien pourquoi les moteurs sont plus performants après introduction d'air dans le ballon (voir « Gaz dans un moteur pop-pop »).

Pour ce qui concerne la fréquence, la courbe en fonction de α est continûment croissante lorsque le volume du ballon est important. Elle est plus creuse au milieu pour les moteurs dont le volume du ballon est petit par rapport à celui du tuyau (graphe de gauche ci-dessous). Le cas le plus extrême correspond au moteur sans ballon. La figure présente alors un axe de symétrie pour $\alpha = 0,5$ (graphe de droite).



Sujet à creuser plus tard: comment maintenir le volume de gaz optimum pour obtenir et conserver la meilleure poussée possible?

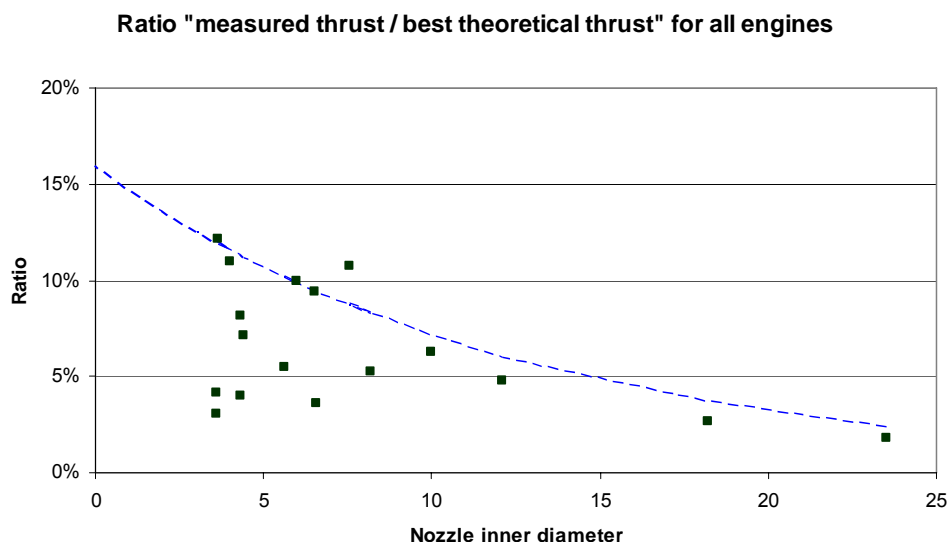
Le modèle mathématique utilisé conduit à définir comme étant le meilleur moteur celui qui n'a pas de ballon. En pratique on l'a vérifié pour les gros moteurs, mais il est difficile de faire fonctionner ainsi un petit moteur pendant un temps significatif. La théorie ne s'arrêtant pas à ce genre de détail nous avons tracé la courbe de poussée optimale pour les différents diamètres de tuyau (courbe verte), puis nous avons reporté sur le même graphe la poussée maximale théorique de moteurs connus (losanges) et jugés performants. Elle se situe toujours en dessous en raison de la présence de ballons. Enfin, nous avons reporté la valeur moyenne mesurée sur chacun de ces moteurs pendant un temps significatif (carrés bruns).



Constats :

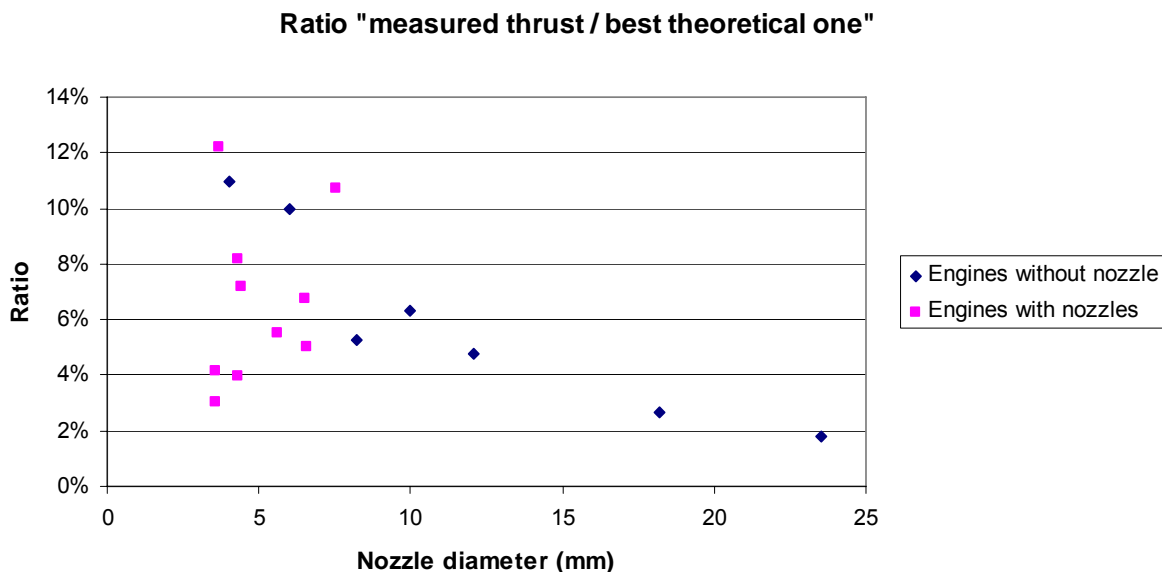
- ▶ Toutes les performances sont médiocres.
- ▶ Certains moteurs ont des performances plus proches que d'autres du maximum possible.
- ▶ Plus le diamètre est important et plus les résultats s'éloignent du maximum.

Pour voir si une loi se dégagait nous avons calculé le rapport entre la poussée mesurée et la poussée maximale qu'aurait pu délivrer chaque moteur compte tenu de ses dimensions. Selon qu'on place en abscisse le diamètre de tuyau ou le diamètre de tuyère les résultats diffèrent assez peu. Voir ci-dessous le graphique prenant en compte le diamètre de sortie.



Aux incertitudes de mesure près, pour les meilleurs moteurs il se dégage une relation approximative $\eta = 0,16e^{-0.08\delta}$.

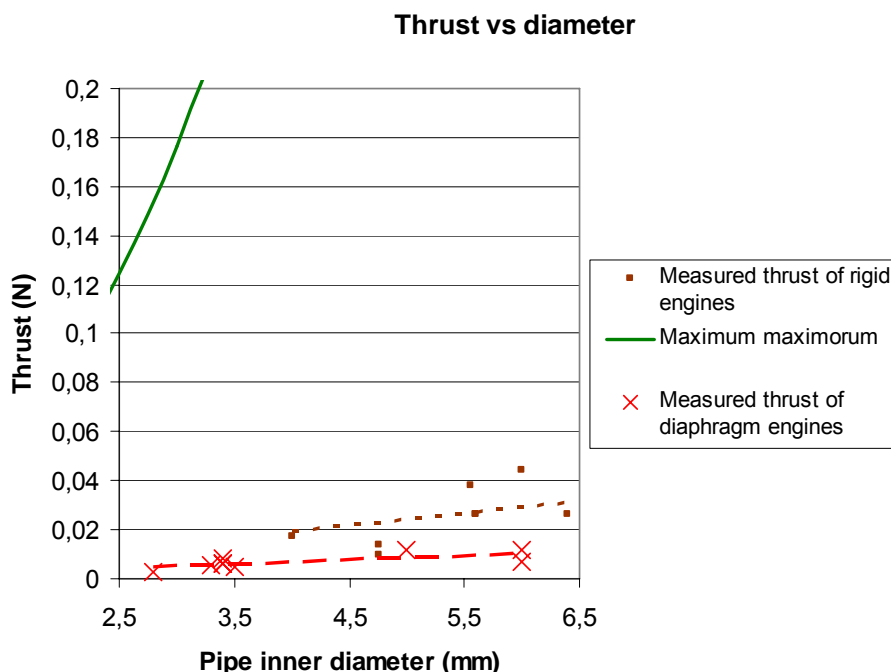
Le graphique suivant différencie les moteurs avec tuyère (carrés rouges) des moteurs sans tuyère (losanges bleus).



L'examen de la courbe et des points amène à constater deux choses :

- ▶ Les moteurs munis de tuyère ne montrent pas la supériorité qu'on attendait a priori.
- ▶ Cette nouvelle approche met une fois de plus en évidence le fait que les gros moteurs sont moins intéressants que les petits.

Bien que nous ne sachions pas modéliser les moteurs à membrane, la limite maximum maximum s'applique. Aussi, nous avons ajouté les performances de certains d'entre eux sur un graphe. Le maximum maximum est représenté par la courbe verte, les moteurs rigides par les points bruns, les moteurs à membrane par les croix rouges.



Une fois de plus cela montre la supériorité des moteurs rigides, cependant il leur reste des progrès à faire...