Propulsion pop-pop et quantité de mouvement

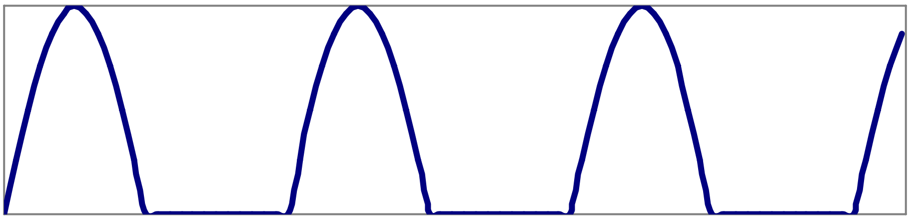
Par Jean-Yves

A) Fonctionnement au point fixe

La poussée d'un hydrojet est donnée par la formule $T = Q.V$, Q étant le débit massique et V la vitesse de l'eau sortant de le tuyère. Nous avons pu vérifier expérimentalement à l'aide de canalisations de moteurs pop-pop de différents diamètres et avec différents débits que le théorème des quantités de mouvement s'appliquait à la propulsion par hydrojet continu. Il en est bien sûr de même pour une propulsion alternative, mais le calcul de T est plus compliqué car Q et V varient en fonction du temps. Cependant, la quantité de mouvement à tout instant peut se déterminer mathématiquement.

Des expériences complémentaires nous ont permis de vérifier que la propulsion pop-pop est *grosso modo* assimilable quant au débit à la partie positive d'une sinusoïde (voir "Moteur pop-pop et analogie électrique" et "Les mouvements du serpent" pour l'assimilation à la sinusoïde).

On peut donc représenter le débit Q en fonction du temps de la façon suivante.



Le moyen le plus simple est de considérer la fonction sur une période 2π, de l'intégrer et de la diviser par 2π.

$T_{moy} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Q_{(\theta)} V_{(\theta)} d\theta$ Or, d'une part cette fonction est décomposable en deux intervalles (0-π et π-2π), la fonction étant nulle sur le deuxième. Et d'autre part, Q et V sont variable mais liés entre eux par la section de la tuyère.

Si q est le débit volumique, s la section de la tuyère et d son diamètre : $V_{(\theta)} = \frac{q_{(\theta)}}{s} = \frac{4.q_{(\theta)}}{\pi d^2}$ Et le débit massique Q est lié au débit volumique q par la masse volumique de l'eau. Q=ρq.

En pratique, l'eau est froide à la sortie de la tuyère et sa masse volumique ρ est 1000 kg/m^3.

Sachant que $q_{(\theta)} = \pi.C.F.\sin\theta$ avec C=Cylindrée et F=Fréquence, on peut écrire :

$$T_{moy} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}(\pi CF\rho\sin\theta)\left(\frac{\pi.CF\sin\theta}{S}\right)d\theta = \frac{\pi.C^2F^2\rho}{2S}\int_0^{\pi}\sin^2\theta.d\theta$$

La valeur de crête est $T_{crête} = \frac{\pi^2\rho}{S}C^2F^2$ ou encore $T_{crête} = 4\pi\rho(\frac{CF}{d})^2$ dans le cas d'un jet à section circulaire. Et la valeur moyenne est $T_{moy} = \frac{\pi^2\rho}{4.S}C^2F^2$ ou $T_{moy} = \pi\rho(\frac{CF}{d})^2$

Cette formule montre que la poussée <u>moyenne</u> est proportionnelle au carré du produit CxF qui correspond à un débit, et qu'elle est inversement proportionnelle à la section de la tuyère. Ces tendances se vérifient assez bien selon nos nombreuses mesures.

La même poussée peut être obtenue avec un débit continu Q tel que : $T = \frac{4}{\pi}\rho(\frac{Q}{d})^2$. Ceci permet de connaître la relation entre Q et CF : $\boxed{Q = \frac{\pi}{2}CF}$ …qui confirme (très bien!) les résultats pratiques du banc d'essai (voir ci-dessous).

1°) Coefficient π/2=1,57

Les mesures ont été faites début 2006 sans a priori sur le résultat dont nous n'avions pas idée, sauf qu'il devait se situer entre 1 et 3. Nous avions trouvé Q=1,55CF et arrondi à 1,5 pour tenir compte des incertitudes de mesure (Voir "Mesure de poussée au point fixe"). 1,55 pour 1,57, l'expérience et la théorie se "confirment" mutuellement.

2°) Valeur numérique

Le premier banc d'essai en poussée était uniquement un banc comparatif. Quand on a mesuré les valeurs de poussées, elles étaient supérieures aux valeurs théoriques car la cible était concave. Depuis, nous avons fait – en débit continu et en débit alternatif – des mesures avec une cible plane. Toutes les mesures de poussée semblent surévaluées de 10 à 40% environ selon les moyens d'essai (dimension de la cible, dimension du bac, dimension de la tuyère, précision des appareils de mesure…). Il est très vraisemblable que cela provient d'une circulation de l'eau dans le bac. En effet, lors de nos essais en débit continu l'eau arrivait dans le bac du côté exposé de la cible et débordait plus ou moins par l'autre extrémité. Et en débit alternatif, on a pu observer que des impuretés décrivaient un mouvement régulier plus ou moins elliptique de part et d'autre de la tuyère, en venant lécher la cible. Voir « Pourquoi mesure-t-on plus que la théorie ? ». Depuis, même avec un débit continu nous avons observé le même phénomène et nous sommes convaincus que là réside la cause de la mesure par excès. Il est bon de le savoir, mais le principe de la mesure de poussée reste applicable ; en particulier lors de mesures comparatives.

3°) Valeur efficace

Par analogie avec les valeurs efficaces en électricité nous avons voulu aller un peu plus loin dans cette étude, et nous avons cherché le débit continu qui provoquerait la même puissance qu'un débit alternatif connu.

En sortie de tuyère il n'y a que de l'énergie cinétique : $P = \frac{1}{2} Q_m V^2$; ce qui donne :

En débit continu : $P_c = \frac{\rho}{2s^2} Q^3 = \frac{8}{\pi^2} \rho \frac{Q^3}{d^4}$

En alternatif : $P_{eff} = 4\rho \frac{(CF)^3}{d^4} \int_0^{\frac{1}{2F}} \sin^3 \omega t = \frac{\rho}{s^2} . \frac{\pi^2}{3} (CF)^3 = \frac{16}{3} \rho \frac{(CF)^3}{d^4}$

Pour obtenir l'égalité des deux équations il faudrait $Q = \sqrt[3]{\frac{2\pi^2}{3}} C.F$, c-à-d Q=1,87C.F…or, on sait que $Q = \frac{\pi}{2} CF$; donc l'énergie cinétique (ou plus exactement la puissance cinétique) n'est pas la même dans les deux cas.

Pour obtenir la même poussée, avec un débit alternatif il faut fournir une puissance cinétique supérieure de 70% à celle qui serait nécessaire avec un débit continu. A elle seule, cette petite démonstration condamne l'utilisation industrielle d'un moteur pop-pop. Mais ce n'est pas cela qui va nous arrêter dans l'étude.

4°) Vitesse moyenne

Le mouvement étant périodique, nous appellerons v_0 sa vitesse moyenne. $v_0 = \frac{.C.F}{.S}$.

Nota : ceci est valable quel que soit le profil du signal, et marche bien sûr pour notre application sinusoïdale.

B) Propulsion d'un navire en mouvement

On connaît le fonctionnement d'un hydrojet pulsé au point fixe, mais qu'en est-il lorsque le bateau avance ? Par analogie avec ce qui a été fait au point fixe, nous allons séparer la phase propulsive et la phase de relaxation.

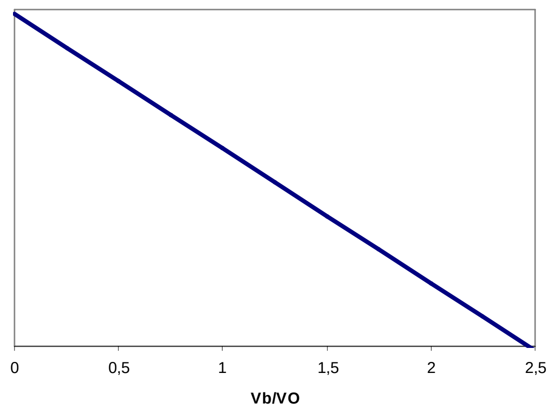
Notations :

V_j est la vitesse instantanée du jet d'eau à la sortie de la tuyère (dans le repère du bateau)
V_b est la vitesse du bateau (dans un repère fixe)
S est la section de la tuyère.

Lors de la phase de relaxation (ou aspiration) on prend de l'eau à l'extérieur. Vue du bateau cette eau a une vitesse initiale égale à V_b et une fois dans le bateau elle est immobile (toujours vue du bateau). Le débit massique instantané aspiré est $Q_m=\rho S V_j$, et la force instantanée de freinage correspondante est $f_f = -\rho.S.V_j.V_b$.

Lors de la phase de propulsion l'hydrojet délivre une poussée identique à celle qu'il délivrerait au point fixe. En effet, vu du bateau il n'y a rien de changé : on prend de l'eau immobile pour la rejeter à la vitesse V_j. La force instantanée de propulsion correspondante est $f_p = \rho.S.V_j^2$.

Le mouvement de l'eau étant sinusoïdal, on obtient la poussée moyenne en intégrant f_f+f_p sur une période ; ce qui donne : $\boxed{T_{moy} = \rho.S.v_0.\left[\frac{\pi^2}{4}.v_0 - V_b\right]}$



Pour un moteur pop-pop donné (v_0 ou C, F et d connus) on voit donc que la poussée décroît linéairement lorsque la vitesse du bateau augmente. On peut représenter la poussée sur un diagramme en fonction de V_b/v_0.
Sur le graphe ci-contre on peut vérifier (car c'était intuitif) que la poussée finit par s'annuler. La vitesse correspondante du bateau est $V_b = \frac{\pi^2}{4} v_0$

La puissance reçue par le bateau est le produit de la poussée par sa vitesse. $P_b=T_{moy}.V_b$. Sa représentation graphique en fonction de la vitesse du bateau a l'allure ci-contre. C'est une parabole. Sa dérivée s'annule pour $V_b/V_0=\pi^2/8$.
Un hydrojet pulsé sinusoïdal donné transmet donc la puissance maximale lorsqu'il propulse le bateau à environ 1,2 fois ($\pi^2/8$ en théorie) la vitesse moyenne du jet. Et la puissance correspondante est $P_{\max} = \rho.S.\frac{\pi^4}{64}V_0^3$